

Chapitre 2 : Symétrie centrale

22 septembre 2009

1 Symétrie axiale (Rappels).

Propriété : Le symétrique d'un point P par rapport à une droite (d) est le point S tel que la droite (d) soit la médiatrice du segment [PS].

Exemple : Construis le point S, symétrique de P par rapport à la droite (d), en utilisant l'équerre.

- On construit la droite perpendiculaire à la droite (d) passant par le point P.
- On reporte la distance de P à (d) de l'autre côté de (d) sur cette perpendiculaire.
- On obtient ainsi le point S tel que (d) soit la médiatrice de [PS].

Propriété : Si A et B sont symétriques par rapport à une droite (d) alors chaque point de la droite (d) est équidistant de A et de B.

Exemple : Construis le point S, symétrique de P par rapport à la droite (d), au compas seul.

- On trace un arc de cercle de centre P qui coupe l'axe en deux points.
- De l'autre côté de la droite (d), on trace deux arcs de cercle de même rayon et de centre les deux points précédents.
- Ces deux arcs se coupent en un point qui est le point S, symétrique de P par rapport à (d).

Propriété : La symétrie axiale conserve les longueurs, l'alignement, les angles et les aires.

2 Symétrie centrale.

—> Activité

2.1 Symétrique d'un point.

Définition : Deux points A et A' sont symétriques par rapport à O lorsque O est le milieu du segment [AA'].

En particulier, le centre O de la symétrie a pour symétrique lui-même.

Vocabulaire : On dit que A est l'image de A' par la symétrie de centre O.

Construction : Trace le point A' tel que les points A et A' soient symétriques par rapport à O.

- On trace la demi-droite [AO).
- On trace un arc de cercle de centre O et de rayon OA. Il coupe la demi-droite [AO) en un point.
- On place le point A' à l'intersection de la demi droite [AO) et de l'arc de cercle. On code la figure.

EXERCICES n°2p102 / n°4p102 / n°6p102

2.2 Symétries de figures usuelles.

Propriété : (admise)

La symétrie centrale conserve les longueurs, l'alignement, les angles et les aires.

Exemple : Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 3$ cm et $AC = 4$ cm. Placer un point O quelconque. Tracer les points A', B' et C' les images respectives de A, B et C par la symétrie centrale de centre O.

Que vaut A'B' ? Quelle est la mesure de l'angle $\hat{B}A'C'$?

En déduire la nature du triangle A'B'C' ainsi que son aire. La symétrie centrale conserve les longueurs donc $A'B' = 3$. Elle conserve les angles donc l'angle $\hat{B}A'C'$ vaut 90° . Le triangle A'B'C' est rectangle en A'. La symétrie conserve les aires donc l'aire de A'B'C' est égale à celle de ABC ie $\frac{3 \times 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$

Propriété : (admise)

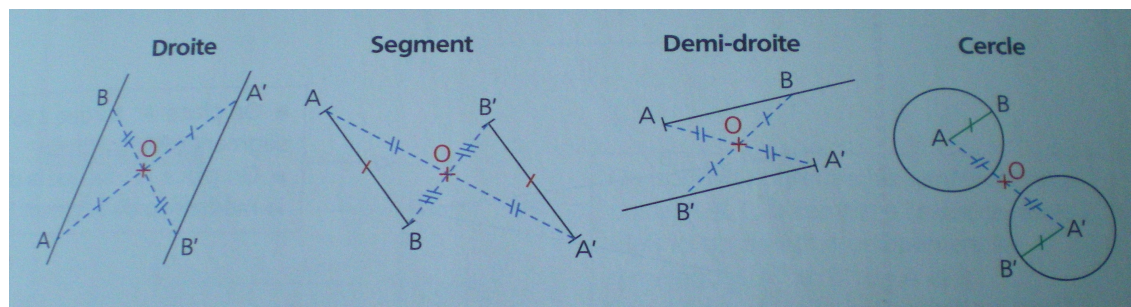
Par une symétrie centrale :

la symétrique d'une droite est une droite parallèle.

le symétrique d'un segment est un segment parallèle et de même longueur.

la symétrique d'une demi-droite est une demi-droite parallèle.

le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon



EXERCICES n°13p105 / n°14p105 / n°15p105 / n°16p106 / n°22p107

2.3 Centre de symétrie

—> Activité

Définition : Un point O est le centre de symétrie d'une figure lorsque cette figure est son propre symétrique par rapport au point O . C'est à dire l'image de cette figure se superpose exactement à la figure de départ.

Centres et axes de symétrie de figures usuelles :

TRIANGLE ISOCELE : Un triangle isocèle a un axe de symétrie qui est la médiatrice de sa base principale. Un triangle isocèle n'a pas de centre de symétrie.

TRIANGLE ÉQUILATÉRAL : Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie qui sont les médiatrices de ses côtés.

Un triangle équilatéral n'a pas de centre de symétrie.

RECTANGLE : Un rectangle a deux axes de symétrie qui sont les médiatrices de ses côtés.

Un rectangle a un centre de symétrie qui est le point d'intersection de ses axes de symétrie.

LOSANGE : Un losange a deux axes de symétrie qui sont ses diagonales.

Un losange a un centre de symétrie qui est le point d'intersection de ses axes de symétrie.

CARRÉ : Un carré a quatre axes de symétrie qui sont les médiatrices de ses côtés et ses diagonales.

Un carré a un centre de symétrie qui est le point d'intersection de ses axes de symétrie.

CERCLE : Un cercle a une infinité d'axes de symétrie : toute droite qui passe par le centre du cercle est un axe de symétrie de ce cercle. Un cercle a un centre de symétrie qui est son centre.

EXERCICES n°27p105 / n°35p105 / —> Approfondissement n°37p106 / n°40p106

2.4 Centre de symétrie.

-> Activité sous Géogébra (valet)

Propriété : La symétrique d'une figure F , par rapport à un point O , est la figure F' obtenu par un demi-tour autour de O .

