

→ Activité (Partie 1) - Calcul littéral

Objectifs :

- Je connais la définition d'une expression littérale.
- Je sais simplifier une expression littérale.
- Je sais exprimer en fonction d'une lettre une expression.
- Je sais réduire, développer ou factoriser une expression littérale.
- Je sais vérifier si un nombre est solution d'une équation.

I. Expression littérale

1. Définition

Définitions :

Une **expression littérale** est une expression dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par des **lettres**.

Exemples :

Vous connaissez déjà des expressions littérales comme les formules des aires ou des périmètres :

- Périmètre d'un carré de côté c : $P = 4 \times c$.
- Périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur l : $P = 2 \times (L + l)$ ou $P = 2 \times L + 2 \times l$.
- Aire d'un carré de côté c : $A = c \times c$
- Aire d'un rectangle de longueur L et de largeur l : $A = L \times l$.
- Périmètre d'un cercle de rayon R : $P = 2 \times \pi \times R$. π est ici une lettre grecque représentant un nombre dont la valeur approchée est environ 3,14159...

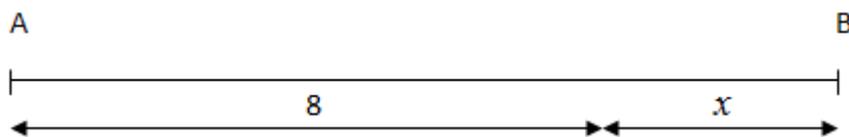
Dans chacune de ces expressions les lettres représentent des nombres.

2. Exprimer une expression « en fonction de »

Définitions :

Écrire un résultat « en fonction de x », c'est trouver une expression littérale où figure la lettre x .

Exemple :



$AB = 8 + x$ est une expression « en fonction de x »

EXERCICES : (Expressions littérales)

3. Simplification d'une expression littérale

Afin de simplifier l'écriture de certaines expressions, il a été décidé que tout le monde suivrait les règles suivantes (on appelle cela une convention) :

Propriété :

Pour simplifier l'écriture d'une expression littérale, on peut supprimer le signe " x " :

- devant une lettre
- devant une parenthèse

Exemples :

- $4 \times x$ s'écrit $4x$
- $a \times b$ s'écrit ab
- $6 \times (4 + y)$ s'écrit $6(4 + y)$

Remarque :

6×7 ne s'écrit pas 67 .

Propriété :

- $a \times b = b \times a$
- $a \times 0 = 0$
- $a \times 1 = a$

Propriété :

Pour simplifier l'écriture d'une expression littérale, pour tout nombre a on a :

- $a \times a = a^2$ (se lit « a au carré »)
- $a \times a \times a = a^3$ (se lit « a au cube »)

Exemples :

- $4 \times 4 = 4^2$
- $8 \times 8 \times 8 = 8^3$
- $x \times x = x^2$

EXERCICES : (Simplification d'écritures)

II. Développer et factoriser

Définitions :

Développer une expression signifie transformer un produit en une somme.

Factoriser une expression signifie transformer une somme en un produit.

Propriété :

Pour tous nombres k , a et b quelconques :

$$\begin{aligned}k \times (a + b) &= k(a + b) = k \times a + k \times b \\k \times (a - b) &= k(a - b) = k \times a - k \times b\end{aligned}$$

On dit que la multiplication est **distributive** par rapport à l'addition.

Exemples :

$$4 \times (x + 5) = 4 \times x + 4 \times 5$$

$$5(2x - 6) = 5 \times 2x - 5 \times 6$$

$$5x + 2x = 5 \times x + 2 \times x = x(5 + 2) = 7x$$

$$6y - 10y = y(6 - 10) = -4y$$

Remarques :

On peut donc facilement additionner ou soustraire $12d + 8d$. Il suffit de compter combien de d sont présents. Ici il y en a donc $20d$. Donc $12d + 8d = 20d$.

De plus, $5 \times 2x$ s'écrit $10x$.

Attention $5d + 4$ **ne peut pas s'additionner** car il manque un d dans l'expression.

Définition :

Réduire une expression signifie simplifier au maximum une expression en regroupant des termes.

Exemples :

Simplifie les expressions suivantes :

$$A = 6(x + 2) - 4x - 15$$

$$A = 6 \times x + 6 \times 2 - 4x - 15$$

$$A = 6x + 12 - 4x - 15$$

$$A = 6x - 4x + 12 - 15$$

$$A = 2x - 3$$

$$B = x^2 + 2x + x(x - 6)$$

$$B = x^2 + 2x + x \times x - x \times 6$$

$$B = x^2 + 2x + x^2 - 6x$$

$$B = x^2 + x^2 + 2x - 6x$$

$$B = 2x^2 - 4x$$

Remarques :

On peut par exemple calculer A pour $x = 2$, c'est à dire on remplacera tous les x présents dans l'expression par 2 et on pourra calculer l'expression.

EXERCICES : (Développer et réduire)

III. Notion d'égalité

Définition :

Une **égalité** est formée par 2 membres séparés par un symbole " $=$ ".

Chaque membre est un nombre ou une suite de calculs. On dit qu'une égalité est **vraie** (ou **vérifiée**) lorsque les 2 membres ont la même valeur.

Exemples :

$$7 \times 3 + 4 = 5 \times 5 \quad \text{est une égalité :}$$

D'une part, le **premier membre** vaut $7 \times 3 + 4 = 21 + 4 = 25$

D'autre part, le **deuxième membre** vaut $5 \times 5 = 25$

Or $25 = 25$ donc l'égalité est **vraie** (ou **vérifiée**)

$$20 - 2 \times 5 = 6 \times 4 \quad \text{est une égalité :}$$

D'une part, le **premier membre** vaut $20 - 2 \times 5 = 20 - 10 = 10$

D'autre part, le **deuxième membre** vaut $6 \times 4 = 24$

donc l'égalité **n'est pas vraie** (ou **vérifiée**)

$20x + 4 = 6 + 2x$ est une égalité qui est **soit vraie soit fausse** suivant les valeurs de x .

Propriété :

Pour tester si une égalité est vraie :

- on remplace la (ou les) lettre(s) par les nombres proposés;
- on calcule séparément chacun des membres de l'égalité.

Si les deux membres ont la même valeur, l'égalité est vraie pour ces nombres.

Si les deux membres n'ont pas la même valeur, l'égalité n'est pas vraie pour ces nombres.

Exemples :

On considère l'égalité $2x + 1 = 5$.

- Pour $x = 1$.

Premier membre : $2x + 1 = 2 \times 1 + 1 = 2 + 1 = 3$

Second membre : 5.

Les deux membres n'ont pas la même valeur. Cette égalité **n'est pas vraie** pour $x = 1$.

- Pour $x = 2$.

Premier membre : $2x + 1 = 2 \times 2 + 1 = 4 + 1 = 5$

Second membre : 5.

Les deux membres ont la même valeur. Cette égalité **est vraie** pour $x = 2$.

EXERCICES : (Tester des égalités)

IV. Initiation aux équations

→ Activité (Partie 2)

Propriété :

Pour résoudre des problèmes, on est souvent amené à les mettre en équation. Pour cela :

- on fait souvent un dessin ou on reformule l'énoncé pour mieux comprendre le problème
- on choisit l'inconnue ou les inconnues: on donne un nom aux nombres que l'on cherche (souvent x ou y ..., parfois des lettres qui évoquent l'inconnue)
- on met en équation : on écrit une égalité qui doit être vérifiée (ou des égalités)
- on peut tester des valeurs pour savoir si elles conviennent.

Exemple :

Je choisis un nombre. Je multiplie ce nombre par 3. J'ajoute au résultat 5. J'obtiens 11.

Quel nombre avais-je choisi au départ ?

Soit x le nombre de départ, alors $3x + 5 = 11$. On remarque que pour $x = 2$ l'égalité est vérifiée. Donc 2 est le nombre cherché.

EXERCICES : (Équations (rapide))