

Chapitre 4 : Arithmétique - Nombres premiers



I. Rappels

1. Division euclidienne

$$\begin{array}{r} 56 \mid 17 \\ 5 \mid 3 \end{array}$$

Exemple : Poser la division euclidienne de 56 (appelé le) par 17 (appelé le) par exemple c'est trouver le quotient et le reste tel que :

Dividende = × + avec **reste** <

Dans notre cas : $56 = \dots \times \dots + \dots$. Le quotient est donc et le reste

Exercice 1 : Quels sont le **quotient** et le **reste** de la division euclidienne de 75 par 8 ? Q = R =
 Quel est le dividende sachant que lorsqu'on le divise par 11, on trouve un quotient de 9 et un reste de 4 ?

2. Notion de multiples et de diviseurs

Exemple : Lorsque par exemple le reste la division euclidienne d'un nombre par un autre est nul, alors on parle de ou On sait que $20 = 4 \times 5$.

On dit donc que 20 est un de 4 ou encore que 4 est un de 20 ou alors que 20 est par 4.



Règle : Un nombre entier est divisible :

- par 2 lorsque son chiffre des unités est
- par 5 lorsque son chiffre des unités est ou
- par 10 lorsque son chiffre des unités est
- par 3 lorsque la somme de ses chiffres est divisible par
- par 9 lorsque la somme de ses chiffres est divisible par

Exemples : Les diviseurs positifs de 20 sont :

Exercice 2 : Complète :

a) 35 est un de 5. b) 8 est un de 24. c) 36 est par 9.
 d) 4 et 5 sont des de 20. f) 72 par 5

Exercice 3 : Trouve les diviseurs de :

24	49	60	200	53
----	----	----	-----	----

II. Nombres premiers

Définition : Un nombre est **premier** lorsqu'il possède 2 diviseurs : et

Exemples :

- 3 un nombre premier car il a exactement 2 diviseurs et
- 6 un nombre premier car il a
- Le nombre 1 un nombre premier, alors que 2 est le seul nombre premier



Voici la liste des premiers nombres premiers inférieurs à 40.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

III. Décomposition en facteurs premiers.

Un nombre entier supérieur ou égal à 2 se décompose de façon unique en produit de facteurs

Exemple : Méthode 1 :

Décomposons **84** en produit de facteurs premiers : Autre présentation :



$$84 = 2 \times \dots$$

$$42 = 2 \times \dots$$

$$21 = 3 \times \dots$$

7 est un nombre premier, on a terminé

Donc **84** = x x x

84

Méthode 2 :

84

Exercice 4 : (sur feuille d'exercices) Décompose en produit de facteurs premiers les nombres suivants :

- a) 12 b) 32 c) 60 d) 96 e) 105 f) 108 g) 231 h) 770 i) 1 911

IV. Plus grand diviseur commun

Exemple : Un confiseur dispose de **60** bonbons au citron et de **126** bonbons à l'orange. Il souhaite faire le maximum de paquets identiques contenant chacun le même nombre de bonbons de chaque sorte. Il veut aussi utiliser tous les bonbons. On cherche donc le plus grand diviseur commun à 60 et 126.

- **60** = x x x

- **126** = x x x



Donc le plus grand diviseur commun est le maximum de nombres en commun à la décomposition, c'est-à-dire donc on peut faire au maximum paquets.

On peut dire qu'il y aura bonbons au citron et à l'orange dans chaque paquet.

Exercice 5 : (sur feuille d'exercices) Même question si on a :

a) **105** bonbons au citron et de **135** bonbons à l'orange.

b) **186** bonbons au citron et de **310** bonbons à l'orange.