

-----> **Activité informatique - Découverte de la formule****Objectifs :**

- Savoir calculer une longueur dans un triangle rectangle
- Savoir démontrer si un triangle est rectangle ou non

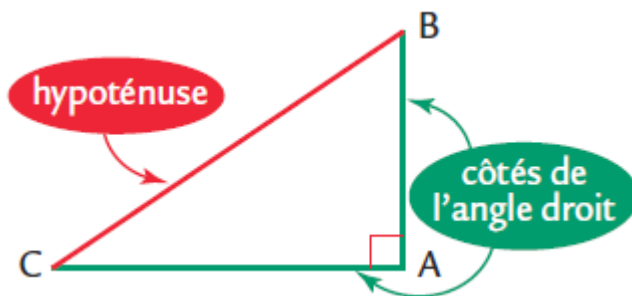
I. Introduction**Définitions :**

Un triangle **rectangle** est un triangle ayant un angle droit (un angle mesurant 90°). On appelle également **hypoténuse** d'un triangle rectangle le côté opposé à l'angle droit.

Exemple:

Le triangle ABC est rectangle en A :

Le côté [BC] est l'hypoténuse du triangle ABC.

**Remarque :**

L'hypoténuse d'un triangle rectangle est toujours le plus grand côté.

Définitions :

Le **carré** d'un nombre a est égal au produit de a par lui même. On note $a^2 = a \times a$.

On appelle carré parfait le carré d'un nombre entier positif. Voici la liste des 12 premiers carrés parfaits.

Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Carré	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

Remarque : Utilisation de la calculatrice :

- Pour calculer le carré d'un nombre positif, on utilise la touche x^2 de la calculatrice.

Calculons le carré de 2,5 :

$$2.5^2 = 6.25$$

- Pour déterminer le nombre positif dont on connaît le carré, on utilise la touche $\sqrt{\quad}$ que l'on obtient en appuyant sur la touche **SHIFT** puis x^2 .

Calculons le nombre dont le carré est 441 :

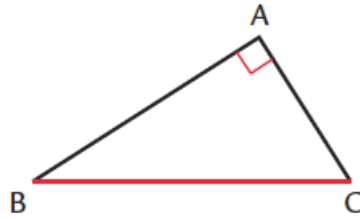
$$\sqrt{441} = 21$$

EXERCICES : (Vocabulaire)

II. Théorème de Pythagore

Propriété : (Théorème de Pythagore)

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.



Démonstration : -----> Montrer le Powerpoint

Propriété : (Autre formulation)

Si ABC est un triangle rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Remarque :

Dans un triangle rectangle, le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur d'un côté connaissant les longueurs des deux autres côtés.

ATTENTION ! Le théorème de Pythagore ne s'applique qu'aux triangles rectangles.

Exemples :

Le triangle ABC est rectangle en A. On donne $AB = 3$ cm et $AC = 4$ cm. Calculons BC.

On sait que ABC est un triangle rectangle en A.

Or si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

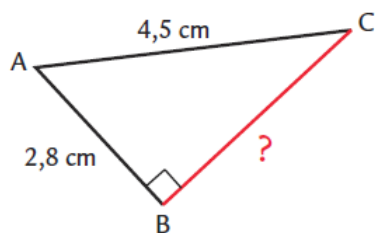
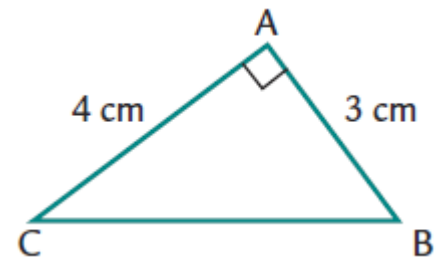
Donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

$$BC^2 = 3^2 + 4^2$$

$$BC^2 = 9 + 16$$

$$BC^2 = 25$$

$$BC = \sqrt{25} = 5 \text{ cm à la calculatrice.}$$



Le triangle ABC est rectangle en B. On donne $AB = 2,8$ cm et $AC = 4,5$ cm. Calculons BC.

On sait que ABC est un triangle rectangle en B.

Or si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

$$4,5^2 = 2,8^2 + BC^2$$

$$20,25 = 7,84 + BC^2$$

$$BC^2 = 20,25 - 7,84$$

$$BC^2 = 12,41$$

$$BC = \sqrt{12,41} \approx 3,5 \text{ cm à la calculatrice}$$

-----> Feuille d'arrondis

EXERCICES : (Calculer une longueur)

On peut se servir du théorème de Pythagore pour montrer qu'un triangle n'est pas rectangle.

Propriété :

Si le carré de la longueur du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors le triangle n'est pas rectangle.

Exemple :

On donne un triangle MNP un triangle tel que $MN = 2$ cm, $MP = 3$ cm et $NP = 4$ cm. Est-il rectangle ?
NP est le plus grand côté.

On calcule séparément :

$$NP^2 = 4^2 = 16$$

$$MN^2 + MP^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

On sait donc que $NP^2 \neq MN^2 + MP^2$

Or Si le carré de la longueur du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors le triangle n'est pas rectangle.

Donc le triangle MNP n'est pas rectangle.

EXERCICES : (Montrer qu'un triangle n'est pas rectangle)

III. Réciproque du théorème de Pythagore

Propriété : (Réciproque du théorème de Pythagore)

Si le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors le triangle est rectangle et l'angle droit est l'angle opposé au plus grand côté.

Propriété : (Autre formulation)

Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors ABC est un triangle rectangle en A

Exemple :

On donne un triangle RST un triangle tel que $RS = 6$ cm, $RT = 8$ cm et $ST = 10$ cm. Est-il rectangle ?
ST est le plus grand côté.

On calcule séparément :

$$ST^2 = 10^2 = 100$$

$$RS^2 + RT^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

On sait donc que $ST^2 = RS^2 + RT^2$

Or Si le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors le triangle est rectangle et l'angle droit est l'angle opposé au plus grand côté.

Donc le triangle RST est rectangle en R.

EXERCICES : (Montrer qu'un triangle est rectangle)