3ème	Devoir à la maison n ° 8	A rendre Mercredi 5 Avril 2017

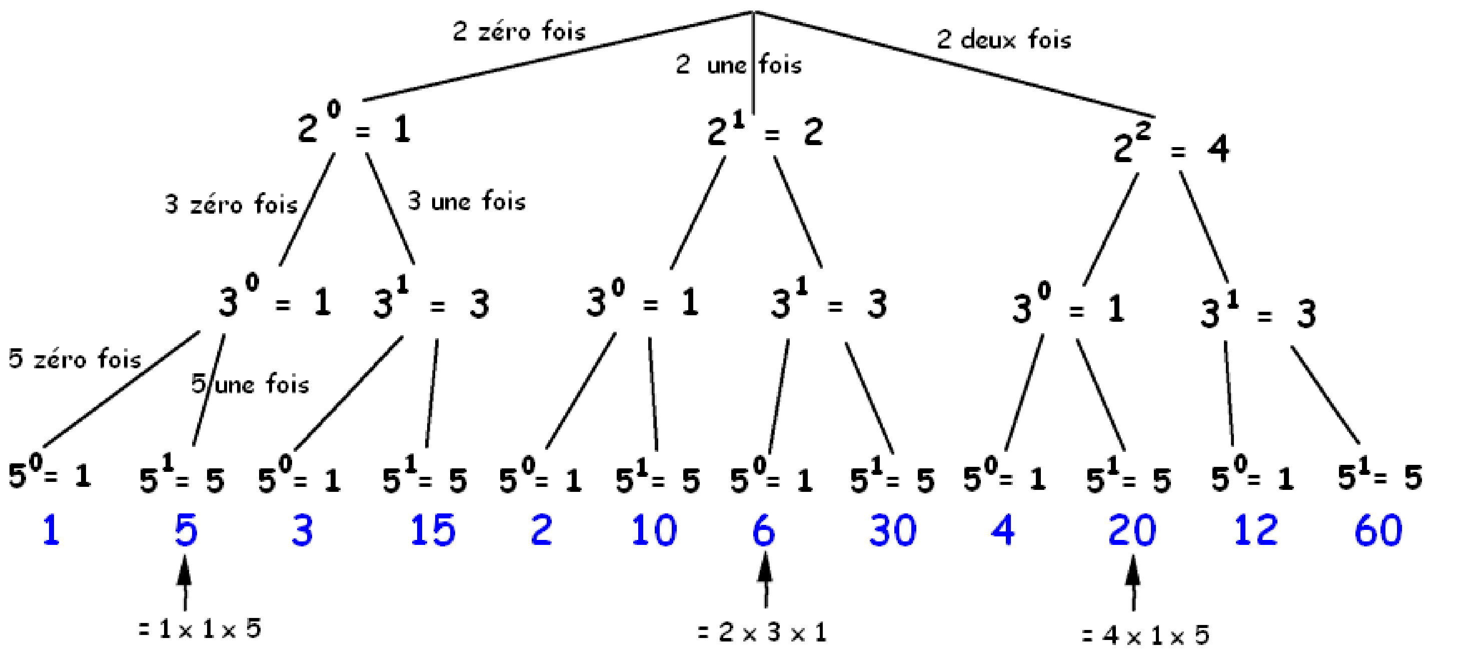
Utilité de la décomposition en produit de facteurs premiers

Partie 1 : Lister les diviseurs

Grâce à la décomposition en produit de facteurs premiers, on peut lister tous les diviseurs :

On a $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ On rappelle que $a^0 = 1$ quel que soit le nombre a.

Nous allons faire un arbre pour lister tous les diviseurs de 60 grâce à la décomposition en produit de facteurs premiers de 60.



Il y a 3 possibilités pour le nombre 2, 2 possibilités pour le nombre 3 et 2 possibilités pour le nombre 5 ce qui fait au total 3 x 2 x 2 = **12** diviseurs pour 60.

Pour trouver tous les diviseurs, on multiplie les branches de l'arbres.

1) a) Décompose en produit de facteurs premiers le nombre **126**.

   b) A l'aide de la méthode précédente avec un arbre, fait apparaître tous les diviseurs de **126**.

2) Mêmes questions avec le nombre **450**.

Partie 2 : Le Plus Grand Commun Diviseur

1) **Méthode classique** : en listant les diviseurs :

   a) Liste tous les diviseurs de 18.

   b) Liste tous les diviseurs de 42.

   c) Quel est le plus grand diviseur commun à 18 et 42 ?

Ce nombre s'appelle le

***PGCD** (**P**lus **G**rand **C**ommun **D**iviseur)*

de ces deux nombres.

2) **Méthode avec la décomposition en produit de facteurs premiers** :

Dans l'exemple de la question 1, le *Plus Grand Commun Diviseur* est immédiat car les nombres ne sont pas trop grands. Lorsque cela n'est plus aussi immédiat, une des méthodes est d'utiliser la décomposition produit de facteurs premiers.

Par exemple, on souhaite calculer le *Plus Grand Commun Diviseur* de **630** et **84**.

On a $\mathbf{630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7}$

et $\mathbf{84 = 2^2 \times 3 \times 7}$

Il suffit de prendre les facteurs en communs :

$$\mathbf{630} = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$\mathbf{84} = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

Le *Plus Grand Commun Diviseur* est donc $\mathbf{2 \times 3 \times 7 = 42}$

a) A l'aide de cette méthode, détermine le *Plus Grand Commun Diviseur* de **945** et **882**.

b) A l'aide de cette méthode, détermine le *Plus Grand Commun Diviseur* de **72** et **175**. Que remarques-tu ?

Partie 3 : Le Plus Petit Commun Multiple

1) **Méthode classique** : en listant les multiples :

a) Liste les premiers multiples de 18.

b) Liste les premiers multiples de 42.

c) Quel est le plus petit multiple commun à 18 et 42 ?

Ce nombre s'appelle le
PPCM *(****P****lus* ***P****etit* ***C****ommun* ***M****ultiple)*
de ces deux nombres.

2) **Méthode avec la décomposition en produit de facteurs premiers** :

Par exemple, on souhaite calculer le *Plus Petit Commun Multiple* de **360** et **450** :

On a $\mathbf{360 = 2^3 \times 3^2 \times 5}$

et $\mathbf{450 = 2 \times 3^2 \times 5^2}$

Il suffit de prendre **le maximum** de facteurs communs :

$$\mathbf{360} = \mathbf{2 \times 2 \times 2} \times \mathbf{3 \times 3} \times 5$$

$$\mathbf{450} = 2 \times 3 \times 3 \times \mathbf{5 \times 5}$$

Le *Plus Petit Commun Multiple* de **360** et **450** est donc

$$\mathbf{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 1\,800}$$

a) A l'aide de cette méthode, détermine le *Plus Petit Commun Multiple* de **24** et **40**.

b) A l'aide de cette méthode, détermine le *Plus Petit Commun Multiple* de **630** et **2 940**.

Partie 4 : Un problème

Pour son anniversaire, Ninon a acheté **648** carambars et **504** malabars. Elle veut faire des sachets pour ses amis. Tous les sachets doivent avoir la même composition et elle doit utiliser tous les carambars et les malabars.

1) Peut-elle faire 24 sachets ? Si oui, quelle sera la composition de chaque sachet ?

2) Décompose les nombres 504 et 648 en produit de facteurs premiers.

3) Quel est le nombre de sachets maximum qu'elle pourra réaliser ? Quelle sera alors la composition de chaque sachet ?